GHEORGHE-ADALBERT SCHNEIDER

CULEGERE DE PROBLEME DE ALGEBRĂ PENTRU CLASELE 9-12

ediţia a 6 – a revizuită și adăugită

EDITURA HYPERION
CRAIOVA 2025

Cuprins

Lucrarea a fost executată la
EDITURA HYPERION
CRAIOVA

1. NUMERE REALE

1. Să se determine $n \in \mathbf{N}$ astfel încât fracţiile următoare să fie echivalente cu numere naturale:

a) $\frac{6}{n+1}$; b) $\frac{10}{n+2}$; c) $\frac{n+5}{n+1}$; d) $\frac{2n+7}{n+2}$; e) $\frac{6n+14}{2n+3}$.

2. Să se determine $n \in \mathbf{Z}$ astfel încât fracţiile următoare să fie echivalente cu numere naturale :

a) $\frac{5}{n+3}$; b) $\frac{12}{n+2}$; c) $\frac{n+3}{n+2}$; d) $\frac{2n+1}{2n-5}$; e) $\frac{6n+20}{3n+5}$.

3. Să se determine $n \in \mathbf{N}$ astfel încât fracţiile următoare să fie echivalente cu numere întregi:

a) $\frac{8}{n-1}$; b) $\frac{11}{n-2}$; c) $\frac{n-1}{n-7}$; d) $\frac{2n-1}{n-5}$; e) $\frac{2n+3}{2n-7}$.

4. Să se determine $n \in \mathbf{Z}$ astfel încât fracţiile următoare să fie echivalente cu numere întregi:

a) $\frac{6}{n-1}$; b) $\frac{9}{n+2}$; c) $\frac{n-2}{n+1}$; d) $\frac{2n+5}{2n-7}$; e) $\frac{6n-1}{3n+2}$.

5. Să se determine $n \in \mathbf{N}$ astfel încât:

$$\frac{4n-5}{2n+1} \in \mathbf{Z} \text{ şi } \frac{5n+3}{n-1} \in \mathbf{Z}.$$

6. Să se arate că, pentru orice $n \in \mathbf{N}$, fracţiile următoare sunt reductibile:

a) $\frac{2^n+10^n}{3^n+15^n}$; b) $\frac{2^n+6^n}{3^n+9^n}$; c) $\frac{2^n+8^n}{3^n+12^n}$; d) $\frac{2^n+4^n}{3^n+6^n}$.

7. Să se arate că, pentru orice $n \in \mathbf{N}$, fracţiile următoare sunt reductibile:

a) $\frac{n^2+3n+8}{n^2-n+6}$; b) $\frac{n^2+5n+12}{n^2-5n+12}$; c) $\frac{n^3-4n+12}{n^3-7n+12}$.

8. Să se arate că, pentru orice $n \in \mathbf{N}$, fracţiile următoare sunt reductibile:

a) $\dfrac{4\cdot 7^{n+1}+7^{n+2}}{12^{n+1}-12^{n}}$; b) $\dfrac{14\cdot 4^{n}+4^{n+1}}{7^{n+1}-7^{n}}$; c) $\dfrac{10\cdot 5^{n}+5^{n+1}}{4\cdot 7^{n+1}-7^{n}}$.

9. Să se arate că fracţiile următoare sunt reductibile:

a) $\dfrac{3+6+9+\cdots+150}{4+8+12+\cdots+200}$;

b) $\dfrac{1\cdot 3+2\cdot 3+3\cdot 3+\cdots+100\cdot 3}{1\cdot 4+2\cdot 4+3\cdot 4+\cdots+100\cdot 4}$;

c) $\dfrac{1^3\cdot 5+2^3\cdot 5+\cdots+100^3\cdot 5}{1^3\cdot 8+2^3\cdot 8+\cdots+100^3\cdot 8}$.

10. Să se arate că fracţiile următoare sunt reductibile:

a) $\dfrac{2\cdot 3^{n+1}\cdot 5^{n}+9\cdot 3^{n}\cdot 5^{n+1}+2\cdot 15^{n+1}}{3\cdot 3^{n+1}\cdot 5^{n}+9\cdot 3^{n}\cdot 5^{n+2}+3\cdot 15^{n+1}}$;

b) $\dfrac{7\cdot 4^{n+1}\cdot 7^{n}+5\cdot 4^{n}\cdot 7^{n+1}-2\cdot 28^{n+1}}{6\cdot 4^{n+1}\cdot 7^{n}-4^{n}\cdot 7^{n+1}+3\cdot 28^{n+1}}$;

c) $\dfrac{9\cdot 2^{n+1}\cdot 5^{n}+7\cdot 2^{n}\cdot 5^{n+1}+3\cdot 10^{n+1}}{4\cdot 2^{n+1}\cdot 5^{n}+3\cdot 2^{n}\cdot 5^{n+1}+6\cdot 10^{n+1}}$.

11. Să se determine $n\in\mathbf{N}$ pentru care numărul:
a) $\sqrt{n^2+1}$; b) $\sqrt{n^2+5}$; c) $\sqrt{n^2+9}$; d) $\sqrt{n^2+11}$
este raţional.

12. Să se determine $n\in\mathbf{N}$ pentru care numărul:
a) $\sqrt{n^2+23}$; b) $\sqrt{n^2+21}$; c) $\sqrt{n^2+33}$; d) $\sqrt{n^2+64}$
este iraţional.

13. Să se arate că pentru orice $n\in\mathbf{N}$ numerele:
a) $\sqrt{5n+2}$; b) $\sqrt{20n+17}$; c) $\sqrt{105n+12}$; d) $\sqrt{15n+3}$
sunt iraţionale.

14. Să se demonstreze că există o infinitate de numere iraţionale.

15. Să se demonstreze că există o infinitate de numere naturale pentru care numerele:

a) $\sqrt{n^2+n+1}$; b) $\sqrt{n^2+7n+2}$; c) $\sqrt{n^2-n+7}$;
să fie iraţionale.

16. Să se demonstreze că următoarele numere sunt iraţionale:
a) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$; b) $\sqrt{2}-\sqrt{5}$; c) $\sqrt{2}+\sqrt{7}$;
d) $\sqrt{3}-\sqrt{11}$; e) $\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}$; f) $\sqrt{11}-\sqrt{7}+\sqrt{2}$.

17. Fie x un număr iraţional. Să se demonstreze că:

a) Dacă $x>0$, atunci $\sqrt{x}$ este iraţional.

b) Dacă $x\neq 0$, atunci $\dfrac{1}{x}$ este iraţional.

18. Să se demonstreze că dacă x este număr raţional şi y este număr iraţional, atunci $x+y$ şi $x-y$ sunt numere iraţionale.

19. Fie x, y două numere iraţionale astfel încât $x-y$ să fie raţional. Să se demonstreze că numerele:
a) $x+y$; b) $2x+3y$; c) $5x-2y$; d) $10x+3y$
sunt iraţionale.

20. Să se arate că dacă $a,b\in\mathbf{N}$ sunt impare, atunci

$$\sqrt{a^2+b^2}\notin\mathbf{Q}.$$

21. Să se arate că dacă $x,y,z\in\mathbf{Q}_+^*$ astfel încât să aibă loc relaţia $y=\dfrac{xz}{x+z}$, atunci $\sqrt{x^2+y^2+z^2}\in\mathbf{Q}$.

22. Să se arate că dacă $x,y,z\in\mathbf{Q}$ astfel încât să aibă loc relaţia $(x+y)\cdot(x+z)=x^2$, atunci $\sqrt{x^2+y^2+z^2}\in\mathbf{Q}$.

23. Să se calculeze:

a) $\sqrt{3}+\sqrt{12}+\sqrt{27}+\sqrt{75}+\sqrt{108}+\sqrt{147}$;

b) $\sqrt{2}+\sqrt{8}+\sqrt{18}+\sqrt{32}+\sqrt{50}+\sqrt{72}+\sqrt{98}$;

c) $\sqrt{5}+\sqrt{20}+\sqrt{45}+\sqrt{80}+\sqrt{125}+\sqrt{180}+\sqrt{245}$.

24. Să se verifice egalităţile:

a) $\sqrt{2}+\sqrt{32}=\sqrt{8}+\sqrt{18}$; b) $\sqrt{8}+\sqrt{98}=\sqrt{32}+\sqrt{50}$;
c) $\sqrt{27}+\sqrt{147}=\sqrt{48}+\sqrt{108}$; d) $\sqrt{12}+\sqrt{75}=\sqrt{3}+\sqrt{108}$.

25. Să se verifice egalităţile:
a) $\sqrt{2}+\sqrt{18}+\sqrt{98}=\sqrt{8}+\sqrt{32}+\sqrt{50}$;
b) $\sqrt{5}+\sqrt{45}+\sqrt{245}=\sqrt{20}+\sqrt{80}+\sqrt{125}$;
c) $\sqrt{7}+\sqrt{63}+\sqrt{343}=\sqrt{28}+\sqrt{112}+\sqrt{252}$.

26. Să se calculeze:
a) $\left(\sqrt{2}\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2+\left(\sqrt{4}\right)^2+\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(\sqrt{6}\right)^2$;
b) $\left(\sqrt{2}\right)^3+\left(\sqrt{4}\right)^3+\left(\sqrt{8}\right)^3+\left(\sqrt{16}\right)^3+\left(\sqrt{32}\right)^3$;
c) $\left(\sqrt{3}\right)^3+\left(\sqrt{9}\right)^3+\left(\sqrt{27}\right)^3+\left(\sqrt{81}\right)^3+\left(\sqrt{243}\right)^3$.

27. Să se calculeze:
a) $\sqrt{0.01}+\sqrt{0.04}+\sqrt{0.09}+\sqrt{0.16}+\sqrt{0.25}+\sqrt{0.36}$;
b) $\sqrt{1.21}+\sqrt{1.44}+\sqrt{1.69}+\sqrt{1.96}-\sqrt{16}$;
c) $\sqrt{2.56}+\sqrt{2.89}+\sqrt{5.76}+\sqrt{5.29}-\sqrt{100}$;
d) $6\sqrt{6}:2\sqrt{2}+10\sqrt{12}:5\sqrt{4}-20\sqrt{15}:4\sqrt{5}$;
e) $\sqrt{40}:2\sqrt{5}+\sqrt{60}:2\sqrt{5}+\sqrt{80}:2\sqrt{5}+\sqrt{100}:2\sqrt{5}$.

28. Să se calculeze:
a) $\sqrt{6}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}+\sqrt{15}\cdot\sqrt{5}+\sqrt{20}\cdot\sqrt{4}$;
b) $\sqrt{12}\cdot\sqrt{3}+\sqrt{18}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}+\sqrt{45}\cdot\sqrt{5}$;
c) $\sqrt{24}\cdot\sqrt{3}+\sqrt{40}\cdot\sqrt{5}+\sqrt{42}\cdot\sqrt{7}+\sqrt{90}\cdot\sqrt{2}$.

29. Să se arate că următoarele numere sunt întregi:
a) $N=\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}-\sqrt{5}\cdot\sqrt{15}+\sqrt{7}\cdot\sqrt{21}-\sqrt{4}\cdot\sqrt{12}$;
b) $N=\sqrt{12}+\sqrt{75}-\sqrt{48}+\sqrt{147}-\sqrt{300}$;
c) $N=\sqrt{8}\cdot\sqrt{2}+\sqrt{27}\cdot\sqrt{3}+\sqrt{125}\cdot\sqrt{5}+\sqrt{216}\cdot\sqrt{6}$;

30. Să se calculeze:
a) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}+\sqrt{2}\cdot\sqrt{8}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}+\sqrt{5}\cdot\sqrt{15}+\sqrt{6}\cdot\sqrt{18}$;
b) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{12}-\sqrt{3}\cdot\sqrt{15}+2\sqrt{36}+\sqrt{2}\cdot\sqrt{12}-\sqrt{7}\cdot\sqrt{21}$;
c) $\left(1+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)+\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{6}+\sqrt{15}\right)$;
d) $\left(\sqrt{24}-\sqrt{8}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$.

31. Să se demonstreze inegalităţile:
a) $\sqrt{3}+\sqrt{8}+\sqrt{15}+\sqrt{24}+\sqrt{35}<20$;
b) $\sqrt{12}+\sqrt{22}+\sqrt{32}+\sqrt{42}+\sqrt{52}<30$;
c) $\sqrt{15}+\sqrt{24}+\sqrt{35}+\sqrt{47}+\sqrt{63}+\sqrt{80}<40$;
d) $\dfrac{\sqrt{63}}{8}+\dfrac{\sqrt{80}}{9}+\dfrac{\sqrt{99}}{10}+\dfrac{\sqrt{120}}{11}+\dfrac{\sqrt{143}}{12}+\dfrac{\sqrt{168}}{13}<6$;
e) $\dfrac{\sqrt{10}}{4}+\dfrac{\sqrt{20}}{5}+\dfrac{\sqrt{30}}{6}+\dfrac{\sqrt{40}}{7}+\dfrac{\sqrt{50}}{8}+\dfrac{\sqrt{60}}{9}<6$;
f) $\dfrac{\sqrt{15}}{8}+\dfrac{\sqrt{30}}{12}+\dfrac{\sqrt{45}}{14}+\dfrac{\sqrt{60}}{16}+\dfrac{\sqrt{75}}{18}+\dfrac{\sqrt{90}}{20}<3$;
g) $\dfrac{\sqrt{120}}{11}+\dfrac{\sqrt{140}}{12}+\dfrac{\sqrt{160}}{13}+\dfrac{\sqrt{190}}{14}+\dfrac{\sqrt{220}}{15}+\dfrac{\sqrt{250}}{16}<6$.

32. Să se calculeze:
a) $\left(\sqrt{2}+1\right)^2$; b) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$; c) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{15}\right)^2$;
d) $\left(\sqrt{32}-\sqrt{12}\right)^2$; e) $\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)^2$; f) $\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}+\sqrt{15}\right)^2$.

33. Să se raţionalizeze numitorii fracţiilor:
a) $\dfrac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$; b) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$; c) $\dfrac{1}{\sqrt{13}-\sqrt{5}}$;
d) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{2}}$; e) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{5}}$; f) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{15}-\sqrt[3]{10}}$.

34. Să se raţionalizeze numitorii fracţiilor:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-1}$; b) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}+1}$; c) $\dfrac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{5}+\sqrt{2}}$.

35. Să se calculeze:

a) $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$; b) $\dfrac{\sqrt{12}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}+2}$;

c) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{10}+\sqrt{5}}$; d) $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}+\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$;

e) $\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$; f) $\dfrac{1}{\sqrt{4}-1}+\dfrac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{4}}$.

36. Să se raţionalizeze numitorii fracţiilor:

a) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2+\sqrt{3}}-\sqrt[3]{2-\sqrt{3}}}$; b) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{4+\sqrt{5}}-\sqrt[3]{4-\sqrt{5}}}$.

37. Să se ordoneze crescător numerele:

$1-\sqrt{2}+\sqrt{3}$; $\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}$; $\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{11}$.

38. Să se verifice egalităţile:

a) $\sqrt{3+\sqrt{8}}+\sqrt{3-\sqrt{8}}=\sqrt{8}$; b) $\sqrt{4+\sqrt{15}}+\sqrt{4-\sqrt{15}}=\sqrt{10}$;

c) $\sqrt{3+\sqrt{8}}-\sqrt{3-\sqrt{8}}=2$; d) $\sqrt{4+\sqrt{15}}-\sqrt{4-\sqrt{15}}=\sqrt{6}$.

39. Să se verifice egalităţile:

a) $\sqrt{8-\sqrt{48}}\cdot\left(2+\sqrt{3}\right)=\sqrt{6}+\sqrt{2}$;

b) $\sqrt{13-\sqrt{7}}+\sqrt{5-\sqrt{7}}=2\cdot\sqrt{3+\sqrt{7}}$;

c) $\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}+\sqrt{6-\sqrt{35}}=\sqrt{6+\sqrt{35}}$.

40. Să se arate că produsul numerelor:

$N_1=\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)$ şi

$N_2=\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(-\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$

este număr natural.

41. Să se arate că oricare ar fi $n\in\mathbf{N}^*$ avem:

$$n\le 1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\dots+\sqrt{n}\le\frac{n(n+1)}{2}.$$

42. Să se arate că oricare ar fi $x,y\in\mathbf{R}$ avem:

a) $\sqrt{x^2-4x+13}+\sqrt{x^2-6x+13}\ge 5$;

b) $\sqrt{x^2+4y^2-4xy+9}+\sqrt{x^2+y^2-2x+1}\ge 3$;

c) $\sqrt{x^2+y^2-2x-2y+6}+\sqrt{x^2+y^2-4x-4y+9}\ge 3$.

43. Să se arate că oricare ar fi $x,y\in\mathbf{R}$ avem:

$$\sqrt{x^2+(x+1)^2}+\sqrt{y^2+(y+1)^2}\ge\sqrt{2}.$$

44. Să se arate că oricare ar fi $x\in[-2,2]$ avem:

$$\sqrt{2x^2+2x+5}+\sqrt{2x^2-6x+5}\ge 4.$$

45. Să se arate că dacă $x,y\in\mathbf{R}$ astfel încât să fie îndeplinită condiţia $\sqrt{10+x-y}\cdot\sqrt{10-x+y}=8$, atunci avem $\sqrt{10+x-y}+\sqrt{10-x+y}=6$.

46. Să se calculeze sumele următoare:

a) $S=\dfrac{1}{1+\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\dots+\dfrac{1}{\sqrt{1000}+\sqrt{1001}}$;

b) $S=\dfrac{1}{1+\sqrt{3}}+\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}+\dots+\dfrac{1}{\sqrt{999}+\sqrt{1001}}$;

c) $S=\dfrac{1}{1+\sqrt{4}}+\dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{7}}+\dots+\dfrac{1}{\sqrt{1000}+\sqrt{1003}}$;

d) $S=\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{4}}+\dfrac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{6}}+\dots+\dfrac{1}{\sqrt{1000}+\sqrt{1002}}$.

47. Să se calculeze suma:

$$\frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}+\frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}+\dots+\frac{1}{\sqrt{3993+2\sqrt{1996\cdot1997}}}.$$

48. Să se calculeze suma:

$$\frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}+\frac{1}{\sqrt{8+2\sqrt{15}}}+\dots+\frac{1}{\sqrt{3992+2\sqrt{1995\cdot1997}}}.$$

49. Să se arate că:

$$\frac{\sqrt{2}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{4}+\dots+\frac{\sqrt{1996}}{1997}<998.$$

50. Să se descompună în factori:

a) $a^2+2ab+b^2-c^4$; b) $abc^2+3abc+2ab$;

c) $a^6-b^2-2bc-c^2$; d) $(2a+1)^3-(a-1)^3$;

e) $\left(c^2-a^2-b^2\right)^2-4a^2b^2$; f) $25c^2-4a^2+12ab-9b^2$;

g) $a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+a^2c+ac^2+2abc$.

51. Să se descompună în factori:

a) $(a+b)^3-a^3-b^3$; b) $(a+b)^5-a^5-b^5$;

c) $2\cdot\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)-a^4-b^4-c^4$.

52. Să se arate că dacă $a,b\in\mathbf{R}$ astfel încât $a+b=1$, atunci au loc egalităţile:

a) $a^2+b^2=1-2ab$; b) $a^3+b^3=1-3ab$.

53. Să se arate că dacă $a,b,c\in\mathbf{R}$, atunci:

$(a+b+c)^3-a^3-b^3-c^3=3\cdot(a+b)(b+c)(c+a)$.

54. Să se arate că dacă $a,b,c\in\mathbf{R}$, atunci:

$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)\left(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca\right)$.

55. Să se arate că dacă $a,b,c\in\mathbf{R}$ astfel încât să avem $a+b+c=0$, atunci $a^3+b^3+c^3=3abc$.

56. Să se arate că dacă $a,b,c\in\mathbf{R}$ astfel încât $a\neq b$, $b\neq c$ şi $c\neq a$, atunci au loc egalităţile:

a) $\dfrac{a}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{b}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{c}{(c-a)(c-b)}=0$;

b) $\dfrac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{b^2}{(b-c)(b-a)}+\dfrac{c^2}{(c-a)(c-b)}=1$.

57. Să se descompună în factori:

a) $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$;

b) $a^2(b+c)+b^2(c+a)+c^2(a+b)$;

c) $a^4\left(b^2-c^2\right)+b^4\left(c^2-a^2\right)+c^4\left(a^2-b^2\right)$.

58. Să se arate că dacă $ab+bc+ca=0$, atunci:

$$\frac{a}{b+c}+\frac{b}{c+a}+\frac{c}{a+b}=-\frac{a^3+b^3+c^3}{abc}.$$

59. Fie $a,b,\in\mathbf{R}_+^*$ astfel încât $a+b=1$. Să se demonstreze că: $a^3+b^3=ab\Leftrightarrow a=b$.

60. Fie $a,b,c\in\mathbf{R}_+^*$ astfel încât $a+b+c=1$. Să se demon-streze că: $a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=abc\Leftrightarrow a=b=c$.

61. Fie $a,b,c\in\mathbf{R}_+^*$ astfel încât $a\cdot b\cdot c=1$. Să se demon-streze că: $a^2+b^2+c^2=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{c}\Leftrightarrow a=b=c$.

62. Să se compare numerele:

a) $N_1=2^{99}$ şi $N_2=9^{33}$; b) $N_1=8^{32}$ şi $N_2=9^{30}$;

c) $N_1=4^{147}$ şi $N_2=5^{125}$; d) $N_1=5^{150}$ şi $N_2=6^{133}$;

e) $N_1=7^{150}$ şi $N_2=3^{250}$; f) $N_1=4^{400}$ şi $N_2=3^{500}$;

g) $N_1=2^{175}$ şi $N_2=5^{75}$.

63. Fiind dat $a\in\mathbf{R}$, să se compare numerele:

a) 1 şi a; b) $2a$ şi $a+1$; c) $2a+1$ şi $a-1$;

d) $a-1$ şi $a+1$; e) $a+2$ şi $2a+1$; f) $3a+1$ şi 2.